

BAHAN AJAR



MATERI LOGIKA

MATA KULIAH MATEMATIKA DISKRIT



Dr. M.J. Dewiyani Sunarto

UNDANG-UNDANG REPUBLIK INDONESIA
NOMOR 28 TAHUN 2014
TENTANG HAK CIPTA

PASAL 113
KETENTUAN PIDANA
SANKSI PELANGGARAN

1. Setiap Orang yang dengan tanpa hak melakukan pelanggaran hak ekonomi sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf i untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 1 (satu) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp100.000.000 (seratus juta rupiah).
2. Setiap Orang yang dengan tanpa hak dan/atau tanpa izin Pencipta atau pemegang Hak Cipta melakukan pelanggaran hak ekonomi Pencipta sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf c, huruf d, huruf f, dan/atau huruf h untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 3 (tiga) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah).
3. Setiap Orang yang dengan tanpa hak dan/atau tanpa izin Pencipta atau pemegang Hak Cipta melakukan pelanggaran hak ekonomi Pencipta sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf a, huruf b, huruf e, dan/atau huruf g untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 4 (empat) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp1.000.000.000,00 (satu miliar rupiah).
4. Setiap Orang yang memenuhi unsur sebagaimana dimaksud pada ayat (3) yang dilakukan dalam bentuk pembajakan, dipidana dengan pidana penjara paling lama 10 (sepuluh) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp4.000.000.000,00 (empat miliar rupiah).

Dr. M.J. Dewiyani Sunarto

Bahan Ajar
MATERI LOGIKA
Mata Kuliah Matematika Diskrit



Bahan Ajar

Materi Logika Mata Kuliah Matematika Diskrit

*Diterbitkan pertama kali dalam bahasa Indonesia
oleh Penerbit Global Aksara Pers*

ISBN: **978-623-462-636-0**

x + 64 hal; 14,8 x 21 cm

Cetakan Pertama, Juli 2024

copyright © Juli 2024 **Global Aksara Pers**

Penulis : Dr. M.J. Dewiyani Sunarto
Penyunting : Prof. Dr. Bambang Hariadi, M.Pd
Desain Sampul : Hamim Thohari M
Layouter : Ilil N. Maghfiroh

Hak Cipta dilindungi undang-undang.

Dilarang memperbanyak sebagian atau seluruh isi buku ini dengan bentuk dan cara apapun tanpa izin tertulis dari penulis dan penerbit.

Diterbitkan oleh:



CV. Global Aksara Pers

Anggota IKAPI, Jawa Timur, 2021,

No. 282/JTI/2021

Jl. Wonocolo Utara V/18 Surabaya

+628977416123/+628573269334

globalaksarapers@gmail.com




Prakata Penulis

Puji Syukur kepada Tuhan yang telah memberikan kesehatan, kesempatan serta petunjuk sehingga Penulis dapat menyelesaikan bahan ajar (modul ajar) Matematika Diskrit materi Logika.


Bahan ajar (modul ajar) ini diharapkan dapat digunakan baik mahasiswa maupun dosen pengampu mata kuliah Matematika Diskrit sebagai pelengkap bagi perangkat pembelajaran pada materi yang dipelajari selama 2 pertemuan.

Materi Matematika Diskrit merupakan salah satu materi di prodi Teknik Komputer, sebuah prodi yang mempunyai tujuan untuk menghasilkan lulusan yang mampu merancang dan menganalisis sistem berbasis komputer dan jaringan, yang tersusun atas perangkat keras, perangkat lunak atau integrasinya guna memecahkan masalah di bidang sistem tertanam, perangkat IoT, perangkat cerdas atau otomasi. Logika




menjadi materi yang penting di prodi tersebut karena diyakini mampu melatih kemampuan berpikir, pemecahan masalah serta berperan penting pada pemikiran dan penalaran manusia (Asrobuanam & Sumaji, 2021; Melkisedek et al., 2024). Melalui penguasaan Logika yang baik, maka mahasiswa dapat mencerna materi di mata kuliah lain dengan lebih mudah, karena telah terbiasa berpikir secara runtut sehingga memudahkan dalam memahami setiap materi. Selain untuk kemudahan pemahaman materi, peran logika pada penerapan sehari-hari juga penting, karena penyelesaian masalah dalam kehidupan sehari-hari sangat membutuhkan ketrampilan pemecahan masalah yang berdasar pada Logika(Zendrato et al., 2024).

Pada perkuliahan Matematika Diskrit ini, digunakan model *Critical Creative Hybrid Learning (C-CHIL)* yang sejatinya berbasis *Case Based Method*. Model pembelajaran pada sebuah mata kuliah tertentu memang dirasa sangat penting, karena melalui model pembelajaran inilah, sebuah tujuan pembelajaran dapat dirancang dan disusun sehingga dapat tercapai(Rizkasari et al., 2022; Siahaan et al., 2022).




Menurut (Arends, 2018) istilah model pembelajaran mempunyai dua penjelasan yaitu: (1) model berimplikasi pada sesuatu yang lebih luas daripada strategi, metode atau struktur, dan mencakup sejumlah pendekatan untuk pengajaran, dan (2) model pembelajaran berfungsi sebagai sarana komunikasi yang penting di kelas atau praktek peserta didik. Selanjutnya dijelaskan bahwa model pembelajaran mengacu pada pendekatan pembelajaran yang digunakan, termasuk di dalamnya tujuan-tujuan pembelajaran, tahap-tahap dalam kegiatan pembelajaran, lingkungan pembelajaran dan pengelolaan kelas. Lebih jauh memberikan empat ciri khusus dari model pembelajaran yang tidak dimiliki oleh suatu strategi, yaitu (1) rasional teori yang logis yang disusun oleh pencipta atau pengembangnya, (2) landasan pemikiran tentang apa dan bagaimana peserta didik belajar (tujuan pembelajaran yang akan dicapai), (3) tingkah laku mengajar yang diperlukan agar model tersebut dapat dilaksanakan dengan berhasil, dan (4) lingkungan belajar yang diperlukan agar tujuan pembelajaran dapat tercapai.



Tujuan dari pengembangan model C-CHIL sebagaimana diuraikan pada bab sebelumnya, adalah untuk melatih peserta didik agar dapat memiliki ketrampilan berpikir kritis, kreatif, dengan bantuan Hybrid Learning, dan dengan pembelajaran mandiri yaitu Self Directed Learning hingga peserta didik siap menghadapi era Revolusi Industri 4.0.

Untuk mencapai tujuan-tujuan tersebut, model C-CHIL dilakukan melalui kegiatan kolaboratif dan kooperatif melalui pendekatan kerja ilmiah (*scientific approach*), aplikasi pembelajaran, interaksi sosial melalui pengalaman belajar yang mandiri dan kelompok dan melalui sajian masalah kontekstual berbasis IOTS dan Big Data.

Bahan ajar ini disusun dengan memenuhi sintaks dari model C-CHIL dengan tujuan agar materi logika merupakan materi yang dapat melatih mahasiswa untuk menyelesaikan masalah agar dapat siap menghadapi masa akan datang yang selalu berubah dengan cepat. Bahan ajar ini terbagi menjadi 3 bab, yaitu bab 1 pendahuluan, bab 2 pernyataan majemuk, bab 3 Inferensi serta bab 4 Lembar Kegiatan Mahasiswa.



Penulis menyadari bahwa bahan ajar ini masih kurang dari sempurna, oleh karenanya, saran dan kritik sangat diharapkan untuk kesempurnaan bahan ini.

Surabaya, Juli 2024

Dr. M.J. Dewiyani Sunarto



Daftar Isi


Prakata Penulis	v
Daftar Isi	x
BAB I	
Pengantar Logika.....	1
A. Logika Proposisi.....	8
B. Tabel Kebenaran	11
BAB II	
Pernyataan Majemuk	16
BAB III	
Inferensi.....	38
A. Pengertian Inferensi	38
B. Kaidah Inferensi	38
1. Modus Ponens	38
2. Modus Tollens	40
3. Silogisme Hipotesis.....	41
4. Silogisme Disjungtif.....	42
5. Simplifikasi	43
6. Penjumlahan	44
7. Konjungsi	45
C. Argumen.....	46
Daftar Pustaka.....	62
Biografi Penulis	64



BAB I

Pengantar Logika


Secara sederhana, logika diartikan sebagai metode atau teknik yang diciptakan untuk menilai ketepatan penalaran. Logika mengarah pada cara berpikir, cara hidup, dan cara berkomunikasi antar manusia. Asal kata logika sebenarnya dari bahasa Yunani yaitu Logos, yang berarti hasil pertimbangan akal pikiran yang diutarakan melalui kata dan dinyatakan dalam bahasa. Dari istilah logos, logika dapat diartikan dalam dua makna, yaitu logika sebagai ilmu pengetahuan yang objeknya khusus mengenai berpikir atau bernalar secara tepat, di mana objek materialnya adalah berpikir atau bernalar yang ditinjau dari segi ketepatannya. Sedang makna kedua adalah logika sebagai cabang filsafat yang praktis, sehingga dapat dipraktekkan dalam kehidupan sehari-hari.



Setelah memahami pengertian logika, kita akan membahas peran logika, baik dalam perkuliahan secara umum, maupun dalam bidang ilmu tertentu, yaitu Sistem Komputer. Pada perkuliahan secara umum, fungsi logika adalah:

- a. Dapat membantu setiap orang untuk berpikir secara rasional, kritis, lurus, tepat, tertib, metodis serta berpikir terpusat.
- b. Dapat meningkatkan kemampuan berpikir secara abstrak, cermat serta objektif.
- c. Meningkatkan kemampuan berpikir secara tajam.
- d. Meningkatkan rasa ingin selalu berpikir secara benar agar menghindari kekeliruan atau kesesatan (Rakhmat, 2013)

Pada bidang sistem komputer, logika memiliki peran penting, bersama dengan komputasi numerik dan matematika diskrit. Logika berperan penting karena merupakan dasar-dasar matematis suatu perangkat lunak, dan digunakan untuk memformalkan suatu bahasa pemrograman, spesifikasi program serta menguji ketepatan suatu program. Secara lebih terstruktur, maka peran logika dalam ilmu komputer adalah: pada saat perancangan sistem, logika




mengambil bagian untuk merancang struktur sistem informasi, termasuk bagaimana data akan disimpan, diproses, dan diakses. Dalam fase perancangan ini, logika membantu mendefinisikan alur kerja, algoritma, dan interaksi antara komponen sistem.

Pada fase pengembangan aplikasi, logika digunakan untuk merancang algoritma, fungsi, dan prosedur yang diperlukan. Ini melibatkan pemikiran logis tentang bagaimana program akan beroperasi, bagaimana data akan dimanipulasi, dan bagaimana interaksi antarmuka pengguna akan diatur.

Pada fase pemrosesan data: logika digunakan untuk mengembangkan aturan dan operasi yang diperlukan untuk memanipulasi data dengan benar, melakukan validasi, transformasi, penghitungan, dan pemrosesan lainnya, karena seringkali keharusan untuk mengelola, menyimpan, dan memproses data dalam jumlah besar.

Dalam analisis bisnis menggunakan sistem informasi, logika digunakan untuk merancang model bisnis, alur kerja, dan strategi pengambilan keputusan. Ini melibatkan pemahaman yang baik tentang logika




bisnis, seperti pernyataan if-then, operasi logika, dan alur proses yang efisien.

Oleh karena Sistem informasi sering digunakan untuk mendukung pengambilan keputusan, maka logika digunakan untuk merancang algoritma dan model yang membantu mengolah data dan memberikan rekomendasi atau informasi yang relevan bagi para pengambil keputusan.

Pada saat pengelolaan basis data, logika digunakan untuk merancang struktur basis data, definisi skema, serta aturan untuk manipulasi dan penarikan data. Logika juga diterapkan dalam bahasa kueri untuk mengambil data dari basis data.

Sedang pada pengembangan Sistem Otomasi, logika memainkan peran penting dalam mengembangkan sistem otomasi yang berjalan berdasarkan aturan atau skenario tertentu. Contohnya adalah sistem otomasi manajemen inventaris, penggajian, atau manajemen produksi.

Pada saat Deteksi Kesalahan dan Debugging, Logika digunakan untuk menganalisis dan mengidentifikasi kesalahan dalam sistem informasi. Pemikiran logis membantu pengembang dalam



mencari penyebab kesalahan, mengoreksi masalah, dan memastikan bahwa sistem berfungsi dengan benar.

Sedang dalam rangka memaksimalkan efektivitas dan efisiensi sistem informasi, penting untuk mengintegrasikan logika yang baik dalam perancangan, pengembangan, dan pengelolaannya. Logika membantu memastikan bahwa sistem informasi beroperasi dengan benar, menghasilkan hasil yang diharapkan, dan mendukung tujuan bisnis atau organisasi.

Secara singkat dapat dikatakan bahwa logika merupakan dasar-dasar yang penting bagi seseorang jika ingin belajar ilmu komputer dengan baik, terutama untuk belajar algoritma, teknik-teknik pemrograman terstruktur, dan teknik pemrograman berorientasi objek yang dalam penulisan programnya sangat erat kaitannya dengan logika.

Materi yang akan ditinjau mulai dari proposisi, argumen, dan validasi. Materi akan difokuskan pada hubungan antara pernyataan-pernyataan (statement). Sebagai gambaran dapat kita lihat pada pernyataan ini:




Contoh 1

Semua mahasiswa membawa KTM saat kuliah
Setiap orang yang membawa KTM saat kuliah
adalah orang pandai
Jadi, semua mahasiswa adalah orang pandai.

Dari pernyataan tersebut, maka Logika tidak menentukan apakah masing-masing pernyataan pendukungnya benar atau salah, tapi yang lebih dipentingkan adalah dengan menggunakan logika, dapat disimpulkan sebuah pernyataan.

Di dalam logika, akan banyak dibahas studi tentang kriteria-kriteria agar dapat dievaluasi argumen-argumen yang valid maupun tidak valid.

Logika yang dipelajari adalah logika simbol (*symbolic logic*) karena dipelajari usaha-usaha untuk menyimbolkan logika secara formal. Jadi, logika dipelajari sebagai sistem formal yang menjelaskan peranan sekumpulan rumus atau aturan untuk dapat membuktikan validitas argumen yang kuat dengan didukung kenyataan bahwa kesimpulan yang benar harus diperoleh dari premis yang benar.



Sedang pengertian argumen sendiri adalah suatu usaha untuk mencari kebenaran dari suatu pernyataan berupa kesimpulan dengan berdasarkan pada kebenaran dari satu kumpulan pernyataan yang disebut premis(Soesianto & Dwijono, 2009). Jadi, yang penting dicatat, bahwa argumen harus berasal dari penalaran yang valid, agar menghasilkan kesimpulan yang valid pula.

Secara lebih khusus, aturan logika yang menggunakan kaidah matematika dan dipergunakan untuk membuktikan validitas suatu argumen disebut sebagai Logika Matematika. Secara umum, biasanya logika matematika menggunakan simbol atau bentuk ekspresi logika, guna mempermudah dalam penarikan kesimpulan. Logika matematika yang akan dibahas pada buku ini adalah logika yang hanya memiliki satu nilai saja dari dua nilai yaitu benar atau salah, atau sering disebut sebagai Logika Proposional, yaitu Logika yang diterapkan pada pernyataan yang dapat digolongkan dalam pengertian proposisi.



A. Logika Proposisi

Objek dari Logika Proporsional adalah pernyataan yang memiliki nilai benar atau salah (sering disebut sebagai proposisi).

Contoh 1

Ida memasak

Siane adalah seorang gadis yang pandai


Kalimat pertama adalah proposisi, karena dapat dinilai kebenarannya, meski hanya ada subjek dan predikat saja.

Sedang kalimat kedua juga merupakan proposisi, namun lebih lengkap karena memiliki subjek, predikat, objek dan keterangan.

Meski demikian, keduanya tetap merupakan proposisi. Jadi proposisi tidak harus merupakan kalimat lengkap.

Definisi:

Proposisi adalah kalimat pernyataan yang dapat dinilai benar(true) atau salah (false), tetapi tidak dapat keduanya pada saat yang bersamaan. Nilai benar



atau salah dari sebuah proposisi disebut sebagai nilai kebenaran.

Contoh 2


Diantara kalimat berikut ini, manakah yang merupakan proposisi?


- a. 9 adalah bilangan ganjil
- b. Semarang adalah ibukota provinsi Jawa Timur
- c. Berikan uangmu kepadaku sekarang juga
- d. Jam berapa pesawat dari Jakarta akan mendarat?
- e. Warna kuning adalah warna yang menyegarkan
- f. X adalah bilangan prima
- g. $x+y = y+x$ untuk setiap bilangan real x dan y
- h. $x-y = y-x$ untuk setiap bilangan real x dan y

Jawab:

Dengan berbekal pada definisi tentang proposisi, maka

- a. 9 adalah bilangan ganjil merupakan pernyataan bernilai benar, karena kita dapat menentukan bahwa proposisi tersebut memang bernilai benar.

- 
- b. Sampai saat ini, ibukota provinsi Jawa Timur adalah Surabaya, sehingga proposisi pada contoh ini adalah proposisi bernilai salah.
 - c. Kalimat pada contoh ini bukanlah proposisi, karena tidak dapat dinilai kebenarannya.
 - d. Kalimat pada contoh ini, bukan proposisi, melainkan pertanyaan, karena jelas terdapat tanda tanya. Sedang kalimat pertanyaan tidak dapat dinilai kebenarannya.
 - e. Kalimat ini bukan proposisi, karena nilai benar atau salah tidak dapat ditentukan secara umum. Bagi penggemar warna kuning, tentu menyegarkan, tapi sebaliknya bagi yang tidak menggemarnya.
 - f. Pada contoh ini, karena tidak diketahui x mewakili bilangan berapa, maka tidak dapat ditentukan nilai kebenarannya. Sehingga dapat dikatakan kalimat ini bukan pernyataan.
 - g. Pada contoh ini, meskipun hampir mirip seperti contoh f, yang menggunakan variabel, namun karena kalimat matematika tersebut sudah diakui secara umum, yaitu sifat komutatif pada bilangan



real, maka dapat dinyatakan sebagai pernyataan bernilai benar.

- h. Kalimat ini merupakan pernyataan bernilai salah, karena hukum komutatif tidak berlaku untuk operasi pengurangan.

B. Tabel Kebenaran


Telah dipahami dari penjelasan pada bab 1.1, bahwa setiap pernyataan mempunyai nilai kebenaran, yaitu benar atau salah, dan tidak mungkin keduanya pada saat bersamaan.

Apabila suatu kalimat terdiri atas lebih dari 1 proposisi, maka harus dihubungkan dengan kata sambung, sehingga menjadi suatu proposisi majemuk.

Terdapat lima macam kata penghubung yang dibahas pada buku ini yaitu: Dan (kunjungsi), Atau (Disjungsi), Jika....maka (Implikasi), dan Jika hanya Jika (ekuivalensi).

Contoh 1:

1. Semarang adalah ibukota provinsi Jawa Barat dan Semarang terletak di Jawa Tengah.
2. Universitas Dinamika adalah perguruan tinggi terakreditasi Baik atau terletak di Surabaya.

- 
3. Jika Achmad naik sepeda motor, maka Achmad harus menggunakan helm.
 4. Saya tidak datang ke pesta jika dan hanya jika hujan deras.
 5. Ani tidak menyukai masakan rawon

Pada umumnya, terdapat satu kata penghubung, yang meski tidak dapat secara tepat disebut kata penghubung, yaitu Negasi. Negasi pada kalimat, digunakan dengan menambahkan kata “tidak” atau “bukan”. Negasi menyebabkan propisisi mempunyai nilai kebenaran yang berkebalikan. Jika pernyataan semula bernilai benar, maka dengan negasi menjadi bernilai salah dan sebaliknya.

Contoh 2:

Ir. Soekarno adalah presiden Republik Indonesia yang pertama (Propisisi Bernilai benar)

Negasi: Ir. Soekarno bukan presiden Republik Indonesia yang pertama (Proposisi bernilai salah)

Nilai Kebenaran Pernyataan Majemuk


Nilai kebenaran suatu pernyataan tunggal, yaitu pernyataan yang hanya terdiri atas 1 proposisi, dapat langsung ditentukan, namun untuk pernyataan majemuk, karena terdiri lebih dari 1 pernyataan, maka tidak dapat langsung ditentukan nilai kebenarannya, namun harus melihat:

- i. Nilai kebenaran dari masing-masing pernyataan
- ii. Kata hubung yang digunakan

Agar lebih mudah dalam mempelajari nilai kebenaran dari pernyataan majemuk untuk masing-masing kata perangkai, maka diperlihatkan dalam bentuk tabel kebenaran. Tabel kebenaran tersebut, mempunyai jumlah baris sebanyak 2^n , di mana n = banyaknya pernyataan tunggal. Jadi, jika terdapat 2 pernyataan tunggal, maka pada tabel kebenaran tersebut, mempunyai 2^2 baris = 4 baris, sedang untuk pernyataan majemuk yang terdiri atas 3 baris, akan mempunyai 2^3 baris = 8 dan seterusnya.

Contoh 3:

Tabel kebenaran untuk 2 pernyataan tunggal, maka jumlah barisnya sebanyak $2^2 = 4$ baris, dengan 2



baris pertama pada pernyataan pertama adalah benar, diikuti dengan 2 baris berikutnya bernilai salah. Sedang untuk pernyataan kedua, bergantian antara nilai benar dan nilai salah. Tabel yang terjadi adalah sebagai berikut:

Tabel 3.1 Tabel kebenaran untuk 2 pernyataan tunggal

p	q
B	B
B	S
S	B
S	S

Contoh 4:

Tabel kebenaran untuk 3 pernyataan tunggal, maka jumlah barisnya sebanyak $2^3 = 8$ baris, dengan 4 baris pertama pada pernyataan pertama adalah benar, diikuti dengan 4 baris berikutnya bernilai salah. Sedang untuk pernyataan kedua, 2 baris pertama bernilai benar, dan 2 baris berikutnya bernilai salah. Untuk pernyataan ketiga, bergantian antara nilai benar dan nilai salah. Tabel yang terjadi adalah sebagai berikut:

Tabel 3.2 Tabel kebenaran untuk 3 pernyataan tunggal

p	q	r
B	B	B
B	B	S
B	S	B
B	S	S
S	B	B
S	B	S
S	S	B
S	S	S



BAB II

Pernyataan Majemuk


Telah dipahami dari penjelasan pada bab 1.1, bahwa setiap pernyataan mempunyai nilai kebenaran, yaitu benar atau salah, dan tidak mungkin keduanya pada saat bersamaan.

Apabila suatu kalimat terdiri atas lebih dari 1 proposisi, maka harus dihubungkan dengan kata sambung, sehingga menjadi suatu **proposisi majemuk**.

Terdapat empat macam kata penghubung yang dibahas pada buku ini yaitu: Dan (**kunjungsi**), Atau (**Disjungsi**), Jika....maka (**Implikasi**), dan Jika hanya Jika (**ekuivalensi**).

Contoh 1:

1. Semarang adalah ibukota provinsi Jawa Barat **dan** Semarang terletak di Jawa Tengah.


- 
2. Universitas Dinamika adalah perguruan tinggi terakreditasi Baik **atau** terletak di Surabaya.
 3. **Jika** Achmad naik sepeda motor, **maka** Achmad harus menggunakan helm.
 4. Saya tidak datang ke pesta **jika dan hanya jika** hujan deras.

Pada umumnya, terdapat satu kata penghubung, yang meski tidak dapat secara tepat disebut kata penghubung, yaitu **Negasi**. Negasi pada kalimat, digunakan dengan menambahkan kata “tidak” atau “bukan”. Negasi menyebabkan proposisi mempunyai nilai kebenaran yang berkebalikan. Jika pernyataan semula bernilai benar, maka dengan negasi menjadi bernilai salah dan sebaliknya.

Contoh :

Ir. Soekarno adalah presiden Republik Indonesia yang pertama (Proposisi Bernilai benar)

Negasi: Ir. Soekarno **bukan** presiden Republik Indonesia yang pertama (Proposisi bernilai salah)



Mari kita pelajari untuk masing-masing kata penghubung dengan memperlihatkan tabel kebenarannya:

a. Kata penghubung **dan (Konjungsi)**


Pernyataan majemuk dengan kata penghubung 'dan' akan dinyatakan benar jika kedua pernyataannya bernilai benar. Pada buku ini, kata perangkai 'dan' dilambangkan dengan tanda '&'.
Tabel 2.1 Kebenaran pernyataan majemuk dengan kata perangkai 'dan'

p	q	p&q
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	S

Contoh:

Tentukan nilai kebenaran dari proposisi majemuk di bawah ini:

- i. Universitas Dinamika berada di Surabaya dan 3 adalah bilangan ganjil.
- ii. $5 > 4$ dan $-5 > -4$
- iii. -7 adalah bilangan positif dan real

- 
- iv. Ayam adalah hewan berkaki 4 dan Canada adalah negara di Asia Tenggara

Jawab:

- i. p1: Universitas Dinamika berada di Surabaya
p2: 3 adalah bilangan ganjil
Karena p1 bernilai benar dan 3 adalah bilangan n ganjil juga, maka contoh 3.2.5.(i) menurut baris ke 1 dari tabel 3.2.1., dapat disimpulkan bahwa pernyataan majemuk tersebut bernilai benar.
- ii. p1: $5 > 4$
p2: $-5/-4$
Karena p1 bernilai benar, dan p2 bernilai salah, maka menurut baris ke 1 dari tabel 3.2.1., dapat disimpulkan bahwa pernyataan majemuk tersebut bernilai salah
- iii. p1: -7 adalah bilang positif
p2: -7 adalah bilangan real
Karena p1 bernilai salah, dan p2 bernilai benar, maka maka menurut baris ke 3 dari tabel 3.2.1., dapat disimpulkan bahwa pernyataan majemuk tersebut bernilai salah.
- iv. p1: ayam adalah hewan berkaki 4

p2: Canada adalah negara di Asia Tenggara
 Karena p1 bernilai salah, dan p2 bernilai salah, maka menurut baris ke 4 dari tabel 3.2.1., dapat disimpulkan bahwa pernyataan majemuk tersebut bernilai salah.

Dari uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa kata perangkai 'dan' akan menilai benar apabila kedua pernyataan harus bernilai benar, selain itu, semuanya menjadi pernyataan majemuk yang bernilai salah.

b. Kata penghubung **atau (Disjungsi)**

Pernyataan majemuk dengan kata penghubung 'atau' akan dinyatakan benar jika salah satu pernyataannya bernilai benar. Pada buku ini, kata perangkai 'atau' dilambangkan dengan tanda 'v'

Tabel 2.1. Kebenaran pernyataan majemuk dengan kata perangkai 'atau'

p	q	p\veeq
B	B	B
B	S	B
S	B	B
S	S	S




Contoh:

Tentukan nilai kebenaran dari proposisi majemuk di bawah ini:

- i. Universitas Dinamika berada di Surabaya atau 3 adalah bilangan ganjil.
- ii. $5 > 4$ atau $-5 > -4$
- iii. -7 adalah bilangan positif atau real
- iv. Ayam adalah hewan berkaki 4 atau Canada adalah negara di Asia Tenggara

Jawab:

- i. p_1 : Universitas Dinamika berada di Surabaya
 p_2 : 3 adalah bilangan ganjil
Karena p_1 bernilai benar dan 3 adalah bilangan ganjil juga, menurut baris ke 1 dari tabel 3.2.2., dapat disimpulkan bahwa pernyataan majemuk tersebut bernilai benar.
- ii. p_1 : $5 > 4$
 p_2 : $-5 > -4$
Karena p_1 bernilai benar, dan p_2 bernilai salah, maka menurut baris ke 2 dari tabel 3.2.2., dapat disimpulkan bahwa pernyataan majemuk tersebut bernilai benar



iii. p_1 : -7 adalah bilang positif

p_2 : -7 adalah bilangan real

Karena p_1 bernilai salah, dan p_2 bernilai benar, maka menurut baris ke 3 dari tabel 3.2.2., dapat disimpulkan bahwa pernyataan majemuk tersebut bernilai benar

iv. p_1 : ayam adalah hewan berkaki 4


p_2 : Canada adalah negara di Asia Tenggara

Karena p_1 bernilai salah, dan p_2 bernilai salah, maka menurut baris ke 4 dari tabel 3.2.2., dapat disimpulkan bahwa pernyataan majemuk tersebut bernilai salah.

Seperti yang telah diketahui, pernyataan majemuk dengan kata perangkai 'dan' serta 'atau' akan lebih mudah diselidiki nilai kebenarannya dengan tabel kebenaran. Akan diberikan sebuah contoh penerapan kata perangkai 'dan' serta 'atau' dalam sebuah kalimat.

Contoh:

Dengan menggunakan tabel kebenaran, tentukan kondisi agar pernyataan berikut bernilai benar:



Hari hujan dan kuliah tidak diadakan atau diadakan pengganti kuliah minggu depan.

Jawab:

Agar dapat menjawab dengan tepat, harus diubah terlebih dahulu ke dalam simbol matematika:

Misal p = hari hujan

q = kuliah diadakan

r = kuliah diganti minggu depan


Sehingga pernyataan dapat disimbolkan menjadi:

$$p \ \& \ \sim q \ v \ r$$

Jika dibuat tabel kebenaran menjadi:

Tabel 2.2 Tabel Kebenaran $p \ \& \ \sim q \ v \ r$

p	q	r	$\sim q$	$p \ \& \ \sim q$	$p \ \& \ \sim q \ v \ r$
B	B	B	S	S	B
B	B	S	S	S	S
B	S	B	B	B	B
B	S	S	B	B	B
S	B	B	S	S	B
S	B	S	S	S	S
S	S	B	B	S	S
S	S	S	B	S	S



Dari daftar tersebut, dapat diketahui, bahwa terdapat 4 kondisi di mana pernyataan majemuk menjadi benar yaitu:

1. Ketiga pernyataan bernilai benar
2. Pernyataan kedua bernilai salah, dan pernyataan lain benar
3. Pernyataan pertama benar, dan kedua pernyataan lain salah
4. Pernyataan pertama salah, dan kedua pernyataan lain benar

Dari tabel dan contoh yang telah dipaparkan, maka dapat disimpulkan bahwa kata perangkai “atau” hanya bernilai salah, apabila kedua pernyataan bernilai salah. Disjungsi seperti yang selesai kita bicarakan ini sering disebut **disjungsi inklusif**.

Dari beberapa sumber yang lain, terdapat juga kata perangkai disjungsi yang disebut sebagai disjungsi eksklusif. Kata perangkai ini muncul karena mewadahi suatu keadaan di mana jika kedua nya benar, maka akan menjadi suatu hal yang salah. Misalnya, pada suatu waktu yang

sama, tidak mungkin seseorang berada di dua tempat yang berbeda. Atau contoh kasus yang lain, misalnya tidak mungkin terjadi pada saat yang sama di suatu negara yang sama, terdapat pemimpin negara yang berbeda. Sehingga jika kedua kejadian tersebut keduanya dinilai benar, maka pernyataannya akan dianggap salah.

Disjungsi Eksklusif dapat diperlihatkan seperti pada tabel 3.2.3:

Tabel 2.3 Kebenaran pernyataan majemuk dengan kata perangkai 'atau' dengan tipe disjungsi inklusif

p	q	p∨q
B	B	S
B	S	B
S	B	B
S	S	S

Dari uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa disjungsi eksklusif hanya dikatakan salah, jika semua pernyataan bernilai sama, sedang jika pernyataan bernilai beda, maka pernyataan bernilai benar.



Contoh

Manakah diantara pernyataan majemuk di bawah ini, yang menggunakan kata perangkai disjungsi inklusif, dan manakah yang menggunakan kata perangkai disjungsi eksklusif?

- i. Bu Pratiwi saat ini sedang mengajar di kelas atau sedang memasak di rumah.
- ii. Pak Andi melanggan harian Kompas atau Jawa Pos

Jawab:

- i. Kata perangkai yang digunakan pada kalimat majemuk ini adalah disjungsi eksklusif, sebab tidak mungkin seseorang berada pada tempat yang sama di saat yang bersamaan. Jadi, jika bu Pratiwi sedang mengajar, tentu tidak sedang memasak, atau sebaliknya.
- ii. Kata perangkai yang digunakan pada kalimat majemuk ini adalah disjungsi inklusif, karena dimungkinkan seseorang berlangganan 2 harian yang berbeda.

Secara umum, kata perangkai disjungsi inklusif lebih sering digunakan daripada kata perangkai eksklusif.

c. Kata perangkai **jika...maka (implikasi)**


Kata perangkai jika.....maka, yang sering disebut implikasi sering digunakan dalam kehidupan sehari-hari serta memegang peran penting pada saat kita mempelajari mengenai argumen, agar memperoleh cara berpikir logika yang valid.

Contoh kalimat dengan kata perangkai implikasi:

1. Jika adik naik kelas, maka akan mendapatkan hadiah dari ibu.
2. Jika pada saat ujian mahasiswa tidak membawa KTM, maka tidak dapat mengikuti ujian.

Lambang yang digunakan untuk kata perangkai implikasi pada buku ini adalah \rightarrow . Jadi pernyataan majemuk $p \rightarrow q$, akan dibaca jika p maka q . Di mana pernyataan pertama yaitu p , disebut **anteseden**, dan pernyataan kedua, yaitu q disebut **konsekuen**.

Untuk menentukan nilai kebenaran dari pernyataan majemuk dengan kata perangkai implikasi, maka dapat dianalogikan dengan contoh berikut:




Terhadap peraturan lalu lintas: “Jika seseorang mengemudi sepeda motor roda dua, maka wajib menggunakan helm”. Maka akan terdapat 4 kemungkinan, yaitu:

- a. Amin mengemudi sepeda motor, dan Amin juga menggunakan helm.
- b. Badu mengemudi sepeda motor, namun Badu tidak menggunakan helm.
- c. Chika tidak mengemudi sepeda motor, namun menggunakan helm.
- d. Dedy tidak mengemudi sepeda motor dan tidak menggunakan helm.

Dari keempat pernyataan tersebut, mari kita telaah, manakah yang dinyatakan melanggar peraturan lalu lintas.

Untuk pernyataan a, jelas dapat dilihat bahwa Amin tidak melanggar peraturan lalu lintas, sehingga dapat dikatakan, jika pernyataan pertama dan kedua benar, maka pernyataan majemuk dengan kata perangkai implikasi dapat dikatakan juga bernilai benar.


Pada pernyataan b, dapat kita simpulkan bahwa Badu pasti dikenakan tilang oleh polisi, karena



melanggar aturan, yaitu pernyataan pertama benar, dan pernyataan kedua salah, yaitu tidak menggunakan helm. Dari kalimat ini dapat dikatakan bahwa jika pernyataan pertama benar dan kedua salah, maka pernyataan majemuk dengan kata perangkai implikasi bernilai salah.

Pada pernyataan c, meski dapat dianggap aneh, namun Chika tidak dikenakan tilang meskipun Chika menggunakan helm padahal tidak sedang mengendarai sepeda motor roda dua. Dari kalimat ini dapat dikatakan bahwa jika pernyataan pertama salah dan kedua benar, maka pernyataan majemuk dengan kata perangkai implikasi bernilai benar.

Pada pernyataan d, Dedy tidak menggunakan sepeda motor, sehingga tidak menggunakan helm. Kejadian ini tidak dianggap melanggar aturan lalu lintas. Dari kalimat ini dapat dikatakan bahwa jika pernyataan pertama salah dan kedua salah, maka pernyataan majemuk dengan kata perangkai implikasi bernilai benar.



Secara singkat tabel kebenaran pernyataan majemuk dengan kata perangkai implikasi dapat dituliskan:

Tabel 2.4 kebenaran pernyataan majemuk dengan kata perangkai implikasi

p	q	$p \rightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	B
S	S	B

Dalam logika, secara umum, kalimat pertama pada pernyataan implikasi disebut sebagai **anteseden**, dan kalimat kedua disebut sebagai **konsekuen**.

Agar lebih mudah dalam menghafal, maka dapat dikatakan bahwa Pernyataan majemuk dengan kata perangkai “bila...maka” bernilai salah, hanya jika anteseden benar, dan konsekuen bernilai salah. Selain itu, pernyataan akan bernilai benar.



Beberapa cara menyatakan implikasi

Implikasi p maka q , dapat dinyatakan dengan beberapa cara, yaitu:

- a. Jika p, q
- b. p mengakibatkan q
- c. q jika p
- d. p hanya jika q
- e. p syarat cukup agar q
- f. q syarat perlu bagi p
- g. q bilamana p


Contoh:

Jika Ani selesai kuliah S1 dalam 7 semester, maka Ani akan berlibur ke Mandalika. Tulis dengan cara berbeda untuk implikasi tersebut.

Jawab:

Cara lain mengatakan hal tersebut adalah:

- a. Jika Ani selesai kuliah S1 dalam 7 semester, Ani akan berlibur ke Mandalika.
- b. Ani selesai kuliah S1 dalam 7 semester mengakibatkan Ani berlibur ke Mandalika.
- c. Ani berlibur ke Mandalika jika Ani selesai kuliah S1 dalam 7 semester.


- 
- d. Ani selesai kuliah S1 dalam 7 semester hanya jika Ani akan berlibur ke Mandalika.
 - e. Ani selesai kuliah S1 dalam 7 semester syarat cukup jika Ani akan berlibur ke Mandalika.
 - f. Ani akan berlibur ke Mandalika syarat perlu Ani selesai kuliah S1 dalam 7 semester.
 - g. Ani akan berlibur ke Mandalika bilamana Ani selesai kuliah S1 dalam 7 semester.

Pada saat menuliskan dalam perkataan lain tentang Implikasi, maka dijumpai istilah 'syarat cukup' dan 'syarat perlu'. Mari kita pelajari bersama pemahaman syarat cukup dan syarat perlu.

Perhatikan contoh implikasi berikut ini:

“Jika pak Soni seorang haji, maka pak Soni
beragama Muslim”

Pada contoh kalimat di atas, maka dapat dikatakan pak Soni beragama muslim, merupakan **syarat perlu** bagi pak Sony seorang haji. Hal ini dikarenakan jika pak Soni tidak beragama muslim, maka pak Sony tdk mungkin menjadi seorang haji.



Sedang sebaliknya, pak Soni seorang haji merupakan syarat cukup bagi pak Sony beragama muslim, karena jika pak Sony seorang haji, maka pak Sony pasti bergama muslim.

Jadi, dapat disimpulkan:

A diatas disebut syarat cukup untuk B, karena bila A terjadi (benar) maka B juga berjadi (benar).


B juga disebut syarat perlu untuk A. (Suatu syarat disebut syarat perlu bila tidak terpenuhinya (salahnya) syarat tersebut mengakibatkan tidak terjadinya apa yang disyaratkan).

Contoh

Dari kalimat majemuk ini, manakah yang syarat cukup dan manakah yang syarat perlu?

- a. Diah pergi ke kampus bilamana hari ini tidak mendung maupun hujan.
- b. Anda mendapat jaminan barang jika Anda mengembalikan kartu garansi kurang dari sebulan sejak pembelian.
- c. Jika hari ini Quis, Randy akan masuk kuliah.

Jawab:



Agar dapat menentukan jawaban yang tepat, cara paling mudah adalah kembalikan ke pernyataan dengan kata perangkai “jika p maka q”, sehingga dengan mudah akan ditentukan bahwa p syarat cukup bagi q, dan q syarat perlu agar p.

- a. Diah pergi ke kampus bilamana hari tidak mendung atau hujan, dapat dinyatakan dengan:

Jika hari tidak mendung atau hujan, maka Diah pergi kampus.


Dari kalimat ini jelas dapat disimpulkan:


- Hari tidak mendung atau hujan merupakan **syarat cukup** bagi Diah pergi ke kampus.
- Diah pergi ke kampus merupakan syarat perlu bagi hari tidak mendung atau hujan.

- b. Anda mendapat jaminan barang hanya jika Anda mengembalikan kartu garansi kurang dari sebulan sejak pembelian, dapat dinyatakan dengan:

Jika Anda mengembalikan kartu garansi kurang dari sebulan sejak pembelian maka Anda mendapat jaminan barang.

Ini berarti dapat disimpulkan:

- 
- Anda mengembalikan kartu garansi kurang dari sebulan sejak pembelian merupakan **syarat cukup** bagi Anda mendapat jaminan barang.
 - Anda mendapat jaminan barang merupakan **syarat perlu** bagi Anda mengembalikan kartu garansi kurang dari sebulan
- c. Jika hari ini quis, Randy akan masuk kuliah, dapat dinyatakan dengan:
Jika hari ini quis maka Randy akan masuk kuliah.
Ini berarti dapat disimpulkan:
- Hari ini quis adalah syarat cukup bagi Randy masuk kuliah.
 - Randy masuk kuliah merupakan syarat perlu bagi hari ini quis.
- d. Kata perangkai **bila dan hanya bila** (Ekuivalensi)
Kata perangkai 'bila dan hanya bila' sebenarnya adalah penggabungan dari 2 kata perangkai bila...maka.....



Jadi sebenarnya, $A \leftrightarrow B$ merupakan penggabungan dari $A \rightarrow B$ dan $B \rightarrow A$.

Dengan adanya Ekuivalensi mengartikan bahwa kedua pernyataan tunggalnya adalah sama.

Secara singkat tabel kebenaran pernyataan majemuk dengan kata perangkai ekuivalensi dapat dituliskan:

Tabel 2.5 kebenaran pernyataan majemuk dengan kata perangkai ekuivalensi


p	q	$p \leftrightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	B

Contoh:

1. Suatu segitiga disebut segitiga sama sisi, jika dan hanya jika panjang semua sisinya sama.

Pernyataan ini mengartikan bahwa:

Jika segitiga sama sisi maka panjang semua sisinya sama dan jika panjang semua sisi dari segitiga sama, maka segitiga itu disebut segitiga sama sisi.



2. Adi membeli es krim jika dan hanya jika udara di luar panas

Pernyataan ini mengartikan bahwa: Jika Adi membeli es krim, maka udara di luar panas dan jika udara di luar panas, maka Adi membeli es krim.



BAB III

Inferensi

A. Pengertian Inferensi

Inferensi adalah proses penarikan kesimpulan dari beberapa proposisi dengan aturan tertentu, agar menjadi kesimpulan yang valid.


B. Kaidah Inferensi

Pada buku ini, akan dibahas 9 kaidah inferensi, yaitu:

1. Modus Ponens

Sebenarnya, kaidah Modus Ponens ini didasarkan pada nilai kebenaran kata hubung Implikasi, di mana Implikasi bernilai salah, hanya jika antesedennya benar dan konsekuennya salah.

Sehingga, jika diketahui sebuah implikasi $p \rightarrow q$ adalah pernyataan majemuk yang bernilai benar,



dan p adalah benar, maka dapat disimpulkan bahwa q benar, karena jika q bernilai salah, maka $p \rightarrow q$ akan bernilai salah.

Atau secara singkat dapat ditulis:

$p \rightarrow q$

p

Kesimpulan: q

Contoh 1

Jika 5 tidak habis dibagi 2, maka 5 adalah bilangan ganjil

5 tidak habis dibagi 2

Kesimpulan: Jadi 5 adalah bilangan ganjil

Contoh 2

Jika Ani rajin belajar, maka Ani akan lulus ujian

Ani rajin belajar

Kesimpulan: Jadi Ani akan lulus ujian